IN UN'ORA — SECONDA PROVA

1 ora

1 È assegnata la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} a^{x+1} & \text{se } x \leq 0 \\ \operatorname{cotg} x & \text{se } 0 < x < \pi \\ \ln \dfrac{1}{x-b} & \text{se } x > \pi \end{cases}$$

a) Determina a e b in modo che: $f(0) = 2$ e $\lim_{x \to \pi^+} f(x) = +\infty$.

b) Studia il dominio e il segno e traccia il grafico della funzione.

c) Deduci dal grafico i seguenti limiti: $\lim_{x \to 0^-} f(x)$, $\lim_{x \to \pi^-} f(x)$, $\lim_{x \to -\infty} f(x)$, $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ e verificane due a piacere.

2 Se $\lim_{x \to \pi} f(x) = 0$, è corretto affermare che π appartiene necessariamente al dominio della funzione? E se $\lim_{x \to \pi} f(x) = +\infty$?

3 Calcola i seguenti limiti.

a) $\lim_{x \to 0} \dfrac{\ln(1+3x)}{1-e^{2x}}$;

b) $\lim_{x \to -\infty} \dfrac{3x^3 - 6x^2}{2x^3 + x^2 - 8x - 4}$;

c) $\lim_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \right)^x$.

4 Nel triangolo ABC l'angolo $A\widehat{B}C$ è triplo dell'angolo $B\widehat{A}C$ e $\overline{BC} = a$. Determina, in funzione di $B\widehat{A}C = x$, i raggi r_c e r_i delle circonferenze circoscritta e inscritta e calcola $\lim_{x \to 0^+} r_c$, $\lim_{x \to 0^+} r_i$, $\lim_{x \to \frac{\pi}{4}^-} \dfrac{r_i}{r_c}$.

ESERCIZIO	1a	1b	1c	2	3a	3b	3c	4	TOT
PUNTEGGIO	1,5	1	2	1,5	1	1	1	1	10
IL TUO PUNTEGGIO									