

## IN UN'ORA

## PRIMA PROVA



**1** È data la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \ln(-x) & \text{se } x < 0 \\ \frac{x}{x-1} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

- a)** Rappresenta graficamente  $f(x)$  e deduci dal grafico i limiti di  $f(x)$  per  $x$  che tende a  $-\infty$ ,  $0^-$ ,  $0^+$ ,  $1^-$ ,  $1^+$ ,  $+\infty$ .
- b)** Verifica, applicando la definizione, i limiti  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ .
- c)** Determina la funzione inversa di  $f(x)$  per  $x < 0$ , rappresentala graficamente e calcola  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f^{-1}(x)$ .

**2** Dimostra che se  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$ , allora:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{2} f(x) = \frac{1}{2} l.$$

**3** Calcola i seguenti limiti.

- a)**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{|\sin x|}}$ ;
- b)**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$ ;
- c)**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3x+1}}{x-1}$ .

**4** Discuti al variare di  $k$  il risultato del limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{kx^k + x}{x^2 + x}, k \in \mathbb{R}.$$

ESERCIZIO	1a	1b	1c	2	3a	3b	3c	4	TOT
PUNTEGGIO	1	1,5	2	1,5	1	1	1	1	10
IL TUO PUNTEGGIO									