

Risolvi un problema e tre quesiti a scelta.

Problemi

1 Data la famiglia di funzioni

$$f(x) = \frac{ax - 4}{x - a} \quad (a \in \mathbb{R}):$$

- classifica i punti di discontinuità di $f(x)$ al variare del parametro reale a .
- Nel caso in cui $a = 3$ stabilisci, utilizzando il teorema di esistenza degli zeri, se l'equazione $f(x) = p(x)$, dove $p(x) = x^2 - x$, ammette radici in ciascuno dei seguenti intervalli: $[-1; 0]$, $[1; 2]$ e $\left[\frac{7}{2}; 4\right]$. Fornisci un'interpretazione grafica di quanto hai verificato e determina graficamente il numero di intersezioni tra il grafico di $f(x)$ e quello di $p(x)$.
- Se $a = 1$, verifica, utilizzando la definizione, che $f(x)$ è continua nel punto $x = 4$.
- Nel caso che sia $a = 1$, determina il dominio della funzione $g(x) = \sqrt{f(x)}$, i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti.

2 Considera le funzioni $f(x) = ax + b + \frac{x^2}{x + 1}$ con a e b parametri reali.

- Determina per quali valori dei parametri a e b si ha $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ e disegna il grafico della funzione per i valori trovati.
- Verifica, con la definizione, che la funzione trovata in precedenza è continua in $x = 0$.
- Trova la tangente t nel punto A in cui la funzione $f(x)$ incontra l'asse y .
- Considera un punto P appartenente all'arco del grafico di $f(x)$, con $x > -1$. Chiama H la proiezione di P sull'asse x . Determina il $\lim_{P \rightarrow A} \frac{\overline{HP}}{\overline{HQ}}$, al tendere di P ad A sulla curva essendo Q il punto in cui la parallela all'asse y per P interseca la retta tangente t .

Quesiti

1 Calcola i seguenti limiti:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x^2};$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 1) [\ln(x + 1) - \ln x].$

2 Determina gli asintoti per $x \rightarrow +\infty$ e per

$x \rightarrow -\infty$ della funzione $f(x) = (x - 1)e^{\frac{1}{x+1}}$.

3 Traccia il grafico della funzione:

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{|x - 2|}.$$

Esiste il $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$? Giustifica la risposta.

4 Calcola il seguente limite e motiva il procedimento seguito:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \cos x}{x}.$$

5 Trova i punti di discontinuità, stabiliscine la specie e traccia un grafico probabile della funzione:

$$f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 2x - 3}.$$

6 Trova per quale valore del parametro b la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} bx & \text{se } x < \frac{1}{2} \\ \log_2 x & \text{se } x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

è continua per ogni x reale. Traccia il grafico della funzione così ottenuta.

ESERCIZI	Problema								Quesiti			TOT
	1a	1b	1c	1d	2a	2b	2c	2d	n. ...	n. ...	n. ...	
PUNTEGGIO	2	1	1	1,5	1	1	2	1,5	1,5	1,5	1,5	10
IL TUO PUNTEGGIO												