

IN UN'ORA

PRIMA PROVA



Calcola i seguenti integrali definiti.

1 $\int_0^{\pi} x \sin x \, dx$

2 $\int_1^3 \frac{x}{\sqrt{x}(1+x)} \, dx$

3 Data la funzione $f(x) = \begin{cases} x & \text{se } 0 \leq x < 2 \\ \frac{1}{x} & \text{se } 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$,

determina l'espressione analitica della funzione integrale $F(x) = \int_0^x f(t) \, dt$, $x \in [0; 4]$, quindi studia la sua continuità e derivabilità.

4 Stabilisci per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ è soddisfatta l'uguaglianza: $\int_k^3 \frac{x}{1+x^2} \, dx = 1$.
Interpreta graficamente il risultato.

5 Calcola il valor medio della funzione $y = x^2 \sin 2x$ nell'intervallo $[0; \pi]$.

6 La funzione reale $f(x)$ ha dominio \mathbb{R} , è continua in \mathbb{R} e soddisfa le seguenti condizioni:

$$\int_0^2 f(x) \, dx = 3, \int_0^3 f(x) \, dx = 4.$$

Dimostra che è possibile calcolare l'integrale $\int_6^9 f\left(\frac{x}{3}\right) \, dx$ e determina il suo valore.

7 Dimostra che per ogni numero reale a si ha:

$$\int_0^1 \frac{a}{1+a^2x^2} \, dx = \int_0^a \frac{dx}{1+x^2}.$$

ESERCIZIO	1	2	3	4	5	6	7	TOT
PUNTEGGIO	1,3	1,3	1,4	1,7	1,4	1,5	1,4	10
IL TUO PUNTEGGIO								