

Risolvi un problema e tre quesiti a scelta.

### Problemi

**1** Nel piano ortogonale  $Oxy$  è data la funzione:

$$f(x) = \frac{2\sqrt{x^2 - 1}}{x}.$$

- a) Dopo aver dimostrato che è una funzione dispari, studiala in modo completo e tracciane il grafico.
- b) Calcola l'area del trapezoide  $T$  definito dalla curva nel I quadrante, con le ascisse comprese tra  $x = 1$  e  $x = 2$ .
- c) Determina il volume del solido di rotazione ottenuto facendo ruotare di un giro completo il trapezoide  $T$  attorno all'asse delle ascisse.
- d) Calcola il seguente integrale improprio e spiegane il significato geometrico:

$$\int_1^{+\infty} [2 - f(x)] dx.$$

**2** Considera la funzione  $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 + 4}$ .

- a) Studia in modo completo la funzione  $f(x)$  e tracciane il grafico  $\gamma$ .
- b) Trova tutte le primitive di  $f(x)$  e tra queste studia in modo completo quella passante per l'origine degli assi; chiama  $F(x)$  questa funzione.
- c) Calcola l'area della superficie situata nel primo quadrante, delimitata dalla curva  $\gamma$ , dall'asse  $y$  e dalla retta di equazione  $y = 2$ .
- d) Utilizzando il metodo dei trapezi (dividi in 4 parti uguali l'intervallo di integrazione) fornisci un'approssimazione dell'integrale:

$$\int_0^2 f(x) dx$$

e confrontala con il valore esatto.

### Quesiti

**1** Traccia il grafico della curva di equazione:

$$y = x^3 - 3x^2 - x + 3$$

e calcola l'area della superficie compresa tra la curva e l'asse delle ascisse nell'intervallo  $[0; 3]$ .

**2** Calcola i seguenti integrali definiti:

a)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 - x) \cos x dx$ ;    c)  $\int_0^1 \frac{1}{4 - x^2} dx.$

b)  $\int_1^4 \frac{1 - \sqrt{x}}{x} dx;$

**3** Data la funzione integrale:

$$F(x) = \int_0^x \frac{2 - 3t + t^2}{t^4 + 1} dt,$$

determina gli intervalli in cui  $F(x)$  è crescente (o decrescente) e gli eventuali punti di massimo e di minimo relativo.

**4** Disegna il grafico della funzione:

$$f(x) = 1 + \cos x$$

e considera il trapezoide  $T$  formato da questa curva con l'asse  $x$ , l'asse  $y$  e la retta di equazione  $x = \pi$ . Calcola il volume del solido di rotazione ottenuto da una rotazione completa di  $T$  attorno all'asse delle ordinate.

**5** Determina il valor medio della funzione  $f(x) = e^x(1 - x)$  nell'intervallo  $[0; 1]$ .

**6** La base di un solido è la regione limitata da un'ellisse di equazione  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$  e le sezioni ottenute tagliando il solido con i piani perpendicolari all'asse  $y$  sono dei quadrati. Trova il volume del solido.

ESERCIZIO	Problema								Quesiti			TOT
	1a	1b	1c	1d	2a	2b	2c	2d	n. ...	n. ...	n. ...	
PUNTEGGIO	1,7	1,2	1,2	1,4	1,5	1,5	1,2	1,3	1,5	1,5	1,5	10
IL TUO PUNTEGGIO												