

SOLUZIONE DEL QUESITO 5
TEMA DI MATEMATICA – ESAME DI STATO 2017

La retta r passante per i due punti $A(-2, 3, 1)$ e $B(3, 0, -1)$ ha direzione \vec{AB} . Per scrivere le sue equazioni, determiniamo quelle della retta passante per A e parallela al vettore \vec{AB} .

Il vettore \vec{AB} ha componenti $(x_B - x_A; y_B - y_A, z_B - z_A) = (3 - (-2); 0 - 3; -1 - 1) = (5; -3; -2)$, quindi le equazioni parametriche della retta r sono:

$$\begin{cases} x = -2 + 5k \\ y = 3 - 3k \\ z = 1 - 2k. \end{cases}$$

Osserviamo che, in alternativa, avremmo potuto ricavare l'equazione cartesiana della retta imponendo direttamente il passaggio per A e B :

$$\begin{aligned} \frac{x - x_A}{x_B - x_A} &= \frac{y - y_A}{y_B - y_A} = \frac{z - z_A}{z_B - z_A} \\ \Rightarrow \frac{x + 2}{3 + 2} &= \frac{y + 3}{-3} = \frac{z - 1}{-1 - 1} \\ \Rightarrow \frac{x + 2}{5} &= \frac{y - 3}{-3} = \frac{z - 1}{-2}. \end{aligned}$$

Per determinare l'equazione del piano π , ricordiamo che un piano generico ha equazione $ax + by + cz + d = 0$, dove (a, b, c) sono le coordinate del vettore normale.

Il piano π è perpendicolare alla retta r , quindi il vettore normale al piano coincide con la direzione della retta: $(a, b, c) = (5, -3, -2)$.

Il generico piano perpendicolare a r ha quindi equazione:

$$5x - 3y - 2z + d = 0.$$

Per determinare il valore del parametro d , imponiamo il passaggio del piano per il punto $C = (2, 2, -3)$:

$$5 \cdot 2 - 3 \cdot 2 - 2 \cdot (-3) + d = 0$$

da cui si ottiene $d = -10$.

Il piano cercato è quindi $5x - 3y - 2z - 10 = 0$.