

SOLUZIONE DEL QUESITO 1
TEMA DI MATEMATICA – ESAME DI STATO 2017

Per calcolare i due integrali definiti usiamo la formula di integrazione per parti:

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx.$$

Consideriamo l'integrale $\int_0^1 x^2 e^x dx$ e poniamo $f(x) = x^2$ e $g'(x) = e^x$. Osserviamo che $g(x) = e^x$ e che $f'(x) = 2x$. Otteniamo:

$$\begin{aligned} \int_0^1 x^2 e^x dx &= \left[x^2 e^x \right]_0^1 - \int_0^1 2x e^x dx = \\ &= \left[x^2 e^x \right]_0^1 - 2 \int_0^1 x e^x dx = \\ &= \left[x^2 e^x \right]_0^1 - 2E = \\ &= 1^2 \cdot e^1 - 0 \cdot e^0 - 2E = \\ &= e - 2E. \end{aligned}$$

Passiamo al secondo integrale, $\int_0^1 x^3 e^x dx$, e poniamo $f(x) = x^3$ e $g'(x) = e^x$. Applichiamo nuovamente la formula di integrazione per parti:

$$\begin{aligned} \int_0^1 x^3 e^x dx &= \left[x^3 e^x \right]_0^1 - \int_0^1 3x^2 e^x dx = \\ &= \left[x^3 e^x \right]_0^1 - 3 \int_0^1 x^2 e^x dx = \\ &= \left[x^3 e^x \right]_0^1 - 3(e - 2E) = \\ &= 1^3 \cdot e^1 - 0 \cdot e^0 - 3e + 6E = \\ &= e - 3e + 6E = \\ &= -2e + 6E. \end{aligned}$$