

SOLUZIONE DEL QUESITO 8
TEMA DI MATEMATICA – ESAME DI STATO 2016

Consideriamo la funzione $f(x) = e^x(2x + x^2)$ definita in \mathbb{R} . Determiniamo l'insieme di tutte le sue primitive $F(x) + c$ con $c \in \mathbb{R}$ calcolando l'integrale indefinito:

$$F(x) = \int f(x) dx = \int e^x(2x + x^2) dx.$$

Calcoliamo l'integrale applicando più volte il metodo di integrazione per parti:

$$\begin{aligned} \int e^x(2x + x^2) dx &= e^x(2x + x^2) - \int (2 + 2x)e^x dx = \\ &= 2xe^x + x^2e^x - (2 + 2x)e^x + \int 2e^x dx = \\ &= 2xe^x + x^2e^x - 2e^x - 2xe^x + 2e^x + c = x^2e^x + c. \end{aligned}$$

La famiglia delle primitive è dunque:

$$F(x) + c = x^2e^x + c.$$

Imponiamo al grafico di $F(x) + c$ il passaggio per il punto $(1; 2e)$:

$$F(1) + c = 2e \rightarrow e + c = 2e \rightarrow c = e.$$

La primitiva cercata è:

$$F(x) = x^2e^x + e.$$