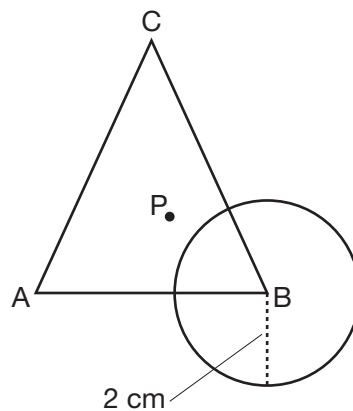
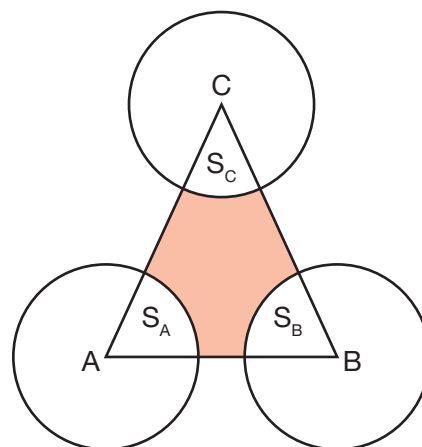


SOLUZIONE DEL QUESITO 8
TEMA DI MATEMATICA – ESAME DI STATO 2015

Un punto P dista più di due centimetri da uno dei vertici se non appartiene al cerchio di raggio 2 cm e centro quel vertice.



I punti interni al triangolo ABC che distano più di 2 cm da tutti e tre i vertici sono i punti nella parte colorata in figura.



La probabilità che un punto P preso a caso all'interno del triangolo disti più di 2 cm da ciascuno dei vertici è data dal rapporto tra l'area colorata e l'area totale del triangolo ABC .

Calcoliamo l'area del triangolo isoscele ABC .

Calcoliamo l'altezza relativa alla base AB , applicando il teorema di Pitagora:

$$\sqrt{6^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{119}}{2}.$$

L'area del triangolo ABC è:

$$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{119}}{2} \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = \frac{5\sqrt{119}}{4} \text{ cm}^2.$$

Adesso dobbiamo calcolare l'area della somma dei tre settori circolari S_A , S_B , S_C .

I tre settori hanno lo stesso raggio, 2 cm, e la somma delle loro ampiezze è uguale alla somma degli angoli interni di un triangolo, quindi π . Ne possiamo dedurre che l'area della somma dei tre settori circolari è l'area S di un semicerchio di raggio 2 cm:

$$S = \frac{\pi \cdot (2 \text{ cm})^2}{2} = 2\pi \text{ cm}^2.$$

L'area colorata è uguale alla differenza tra l'area del triangolo e l'area della somma dei tre settori:

$$A = \left(\frac{5\sqrt{119}}{4} - 2\pi \right) \text{ cm}^2.$$

Dunque la probabilità che un punto P preso a caso all'interno del triangolo ABC disti più di 2 cm da tutti e tre i vertici è data da:

$$\mathbb{P} = \frac{A}{A_{ABC}} = \frac{\frac{5\sqrt{119}}{4} - 2\pi}{\frac{5\sqrt{119}}{4}} = 1 - \frac{8\pi}{5\sqrt{119}} \simeq 0,54 = 54\%.$$