

SOLUZIONE DEL QUESITO 1
TEMA DI MATEMATICA – ESAME DI STATO 2015

Per prima cosa cerchiamo di trovare il punto di tangenza tra la retta e il grafico della funzione f , che chiamiamo $(x_0; y_0)$. Per la condizione di tangenza si deve avere $f'(x_0) = -2$ (perché -2 è il coefficiente angolare della retta), con x_0 appartenente al secondo quadrante. Da questa condizione si ottiene

$$-2x_0^2 + 6 = -2$$

che risolta dà

$$x_0^2 = 4.$$

L'unica soluzione accettabile, dato che il punto cercato deve stare nel secondo quadrante, è $x_0 = -2$, da cui posso ricavare $y_0 = 9$ sostituendo x_0 nell'equazione della retta. Il punto di tangenza sarà quindi il punto $(-2; 9)$. Poiché conosciamo la derivata di f , possiamo trovare f a meno di una costante additiva c calcolando l'integrale indefinito

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int (-2x^2 + 6) dx = -\frac{2}{3}x^3 + 6x + c.$$

Per trovare c , imponiamo che il punto $(-2; 9)$ appartenga al grafico della funzione. Deve quindi essere

$$f(-2) = 9,$$

cioè

$$-\frac{2}{3}(-8) + 6(-2) + c = 9,$$

da cui si ottiene

$$c = \frac{47}{3}.$$

La funzione cercata è quindi

$$f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + 6x + \frac{47}{3}.$$