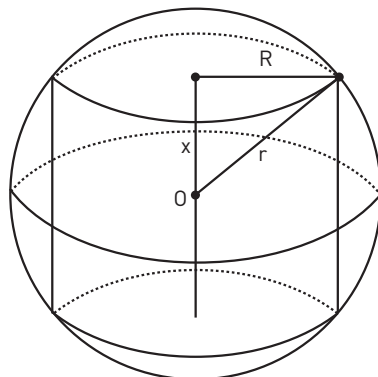


SOLUZIONE DEL QUESITO 6
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. 2014

Nella figura abbiamo indicato con x la metà dell'altezza del cilindro. Di conseguenza, la base circolare del cilindro ha raggio $R = \sqrt{r^2 - x^2} = \sqrt{3 - x^2}$.



Il volume del cilindro è dato dalla funzione f :

$$f(x) = 2x \cdot \pi R^2 = 2\pi x(3 - x^2) = 2\pi(3x - x^3).$$

Calcoliamo la derivata:

$$f'(x) = 2\pi(3 - 3x^2) = 6\pi(1 - x^2),$$

e troviamo gli zeri:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

L'unica soluzione che ha geometricamente senso è $x = 1$.

Per capire se è un massimo o un minimo è sufficiente confrontare $f(1)$, il volume nel caso $x = 1$, con f valutata in un qualunque altro punto di $[0, \sqrt{3}]$. Scegliamo ad esempio $\frac{1}{2}$ e otteniamo

$$f(1) = 4\pi > \frac{11}{4}\pi = f\left(\frac{1}{2}\right),$$

quindi $x = 1$ è il punto di massimo.

Sostituendo il valore $x = 1$, l'altezza $h = 2x$ e il raggio $R = \sqrt{3 - x^2}$ del cilindro diventano:

$$h = 2 \quad \text{e} \quad y = \sqrt{2}.$$