

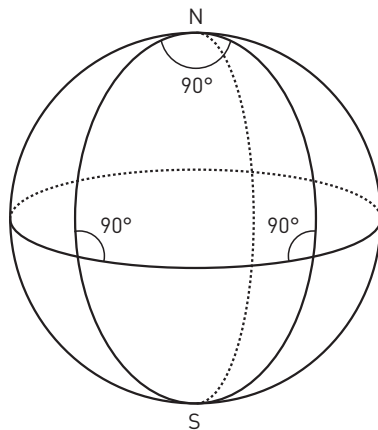
SOLUZIONE DEL QUESITO 5
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. 2014

Forniamo due esempi, uno dalla geometria sferica e uno dalla geometria iperbolica.

Nella geometria sferica, la somma degli angoli di un triangolo è maggiore di 180° .

Costruiamo esplicitamente un esempio di triangolo in cui la somma degli angoli è 270° .

Consideriamo un punto N e il suo antipodo S , che chiamiamo polo nord e polo sud. Consideriamo due cerchi massimi per i poli, che siano perpendicolari tra loro, che chiameremo meridiani principali. Sezionando la sfera con un piano equidistante dai due poli, otteniamo un terzo cerchio massimo, che chiamiamo equatore, perpendicolare agli altri due cerchi massimi. In questo modo si formano 8 triangoli congruenti, ciascuno dei quali ha somma degli angoli interni uguale a 270° , come in figura:



Nella geometria iperbolica ogni triangolo ha somma degli angoli minore di 180° .

Costruiamo esplicitamente un esempio di triangolo nel disco di Poincaré, un modello per la geometria iperbolica in cui le rette sono i diametri e gli archi di circonferenza perpendicolari al bordo del disco.

Scegliamo due rette perpendicolari qualsiasi, rappresentate da due diametri del disco. Tali rette si intersecano nel centro O del disco, e sono tra loro perpendicolari.

Come terza retta scegliamo una qualunque retta iperbolica AB che intersechi le altre due in P e Q come in figura.

La somma degli angoli interni del triangolo iperbolico POQ è minore della somma di quelli del triangolo euclideo POQ , e quindi minore di 180° . Nota bene che il segmento euclideo PQ è evidenziato in blu perchè *non* è un segmento di retta nel piano iperbolico!

