SOLUZIONE DEL QUESITO 3
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. 2014

Nel primo caso dobbiamo calcolare la probabilità che esattamente una pallina sia rossa. Le tre estrazioni sono eventi dipendenti in quanto non c'è reimmissione (e quindi la composizione dell'urna cambia). La pallina rossa potrà essere pescata alla prima estrazione, alla seconda oppure alla terza. Consideriamo i seguenti eventi:

$E =$ "viene estratta esattamente una pallina rossa"

$E_1 =$ "la pallina rossa viene pescata alla prima estrazione"

$E_2 =$ "la pallina rossa viene pescata alla seconda estrazione"

$E_3 =$ "la pallina rossa viene pescata alla terza estrazione"

Calcoliamo $P(E_1)$:

$$P(E_1) = \frac{5}{20} \cdot \frac{15}{19} \cdot \frac{14}{18} = \frac{1050}{6840} = \frac{35}{228}$$

Calcoliamo $P(E_2)$:

$$P(E_2) = \frac{15}{20} \cdot \frac{5}{19} \cdot \frac{14}{18} = \frac{1050}{6840} = \frac{35}{228}$$

Calcoliamo $P(E_3)$:

$$P(E_3) = \frac{15}{20} \cdot \frac{14}{19} \cdot \frac{5}{18} = \frac{1050}{6840} = \frac{35}{228}$$

Quindi

$$P(E) = P(E_1) + P(E_2) + P(E_3) = \frac{105}{228} = \frac{35}{76} \simeq 0,4605.$$

Ora calcoliamo la probabilità che le tre palline estratte siano di colori differenti. In questo caso alla prima estrazione possiamo pescare una pallina di qualsiasi colore. Alla seconda estrazione possiamo pescare una pallina di qualsiasi colore eccetto quello della prima pallina (e dobbiamo ricordarci che il numero di palline nell'urna è diminuito di uno perché non si effettuano reimbussolamenti). Alla terza estrazione infine possiamo estrarre una pallina di un colore che sia diverso dai colori delle due palline precedentemente estratte (e ancora una volta dobbiamo ricordarci che il numero di palline nell'urna è diminuito di uno). Quindi

$$\begin{aligned} P(\text{“le tre palline sono di colori differenti”}) &= 1 \cdot \frac{15}{19} \cdot \frac{10}{18} = \\ &= \frac{150}{342} = \frac{25}{57} \simeq 0,4386. \end{aligned}$$