SOLUZIONE DEL QUESITO 8
CORSO ORDINAMENTO 2014

Il generico polinomio di quarto grado è del tipo

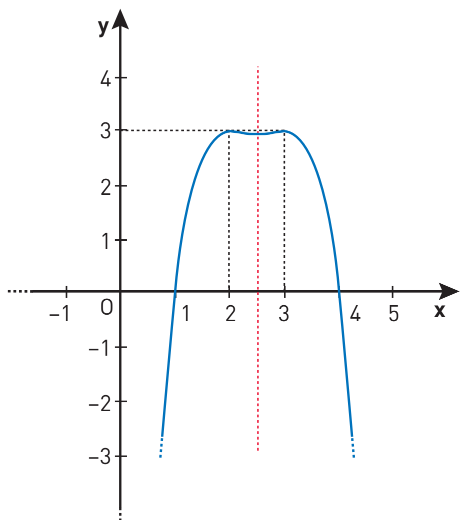
$$P(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$$

e la sua derivata prima è

$$P'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d.$$

Sappiamo che la funzione $P(x)$ assume il suo valore massimo 3 per $x = 2$ e $x = 3$: ciò significa che $P'(2) = P'(3) = 0$ e che $P(2) = P(3) = 3$. Inoltre, sappiamo che $P(1) = 0$.

Le condizioni proposte rendono il grafico della curva simmetrico rispetto alla retta $x = \frac{5}{2}$, per cui, se $P(1) = 0$, allora anche $P(4) = 0$, essendo il punto $(1; 0)$ simmetrico di $(4; 0)$ rispetto alla retta $x = \frac{5}{2}$.



Si poteva anche ragionare nel seguente modo. I coefficienti del polinomio sono le soluzioni del sistema lineare:

$$\begin{cases} 32a + 12b + 4c + d = 0 \\ 108a + 27b + 6c + d = 0 \\ 16a + 8b + 4c + 2d + e = 3 \\ 81a + 27b + 9c + 3d + e = 3 \\ a + b + c + d + e = 0 \end{cases}$$

che, risolto, conduce alle soluzioni $a = -\frac{3}{4}$, $b = \frac{15}{2}$, $c = -\frac{111}{4}$, $d = 45$, $e = -24$.

Dunque

$$P(x) = -\frac{3}{4}x^4 + \frac{15}{2}x^3 - \frac{111}{4}x^2 + 45x - 24,$$

e quindi

$$P(4) = -\frac{3}{4} \cdot 4^4 + \frac{15}{2} \cdot 4^3 - \frac{111}{4} \cdot 4^2 + 45 \cdot 4 - 24 = 0.$$