

SOLUZIONE DEL QUESITO 7
CORSO DI ORDINAMENTO 2014

Data una $f(x)$ continua in un intervallo $[a; b]$, il suo valore medio integrale è

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx.$$

Sotto la condizione $k > 0$ risulta:

$$\frac{1}{k-0} \int_0^k x^3 dx = 9 \rightarrow \frac{1}{k} \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^k = 9 \rightarrow \frac{1}{k} \cdot \frac{k^4}{4} = 9 \rightarrow k^3 = 36 \rightarrow k = \sqrt[3]{36}$$

che è una soluzione accettabile.

Si potrebbe anche intendere il valor medio del teorema di Lagrange; il teorema è applicabile alla funzione $f(x) = x^3$, che è funzione polinomiale e quindi derivabile in \mathbb{R} . Risulta quindi, con $k > 0$,

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c) \text{ con } c \in]a; b[$$

cioè, applicandola al nostro caso

$$\frac{f(k) - f(0)}{k - 0} = 9 \rightarrow \frac{k^3 - 0}{k - 0} = 9 \rightarrow k^2 = 9$$

cioè $k = \pm 3$. L'unica soluzione accettabile è $k = 3$.