SOLUZIONE DEL QUESITO 6
CORSO DI ORDINAMENTO 2014

Consideriamo il parallelepipedo di altezza h che ha per base un quadrato di lato l.
Il volume V di questo solido risulta

$$V = l^2 \cdot h \to l^2 \cdot h = 5 \text{ L } = 5 \text{ dm}^3$$

cioè, omettendo l'unità di misura dm^3,

$$l^2 \cdot h = 5$$

La superficie totale S del solido è:

$$S = 2l^2 + 4l \cdot h.$$

Poniamo a sistema questa relazione con quella trovata in precedenza:

$$\begin{cases} l^2 \cdot h = 5 \\ S = 2l^2 + 4l \cdot h \end{cases} \quad \begin{cases} h = \dfrac{5}{l^2} \\ S = 2l^2 + 4l \cdot \dfrac{5}{l^2} \end{cases}$$

da cui si ricava $S = \dfrac{2l^3 + 20}{l}$.
Consideriamo la funzione corrispondente

$$y = \frac{2x^3 + 20}{x} \text{ con } x > 0.$$

Calcoliamo la sua derivata:

$$y' = \frac{6x^2 \cdot x - (2x^3 + 20)}{x^2} \to y' = \frac{4x^3 - 20}{x^2}.$$

Studiamo il suo segno nell'intervallo $]0; \infty[$:

$$y' > 0 \Leftrightarrow x^3 > 5 \to x > \sqrt[3]{5}$$

La funzione è:

- crescente per $x > \sqrt[3]{5}$;
- decrescente per $0 < x < \sqrt[3]{5}$;

- ha minimo per $x = \sqrt[3]{5} \approx 1,71$.

Le dimensioni della lattina, arrotondate ai dm, sono quindi:

$$l = \sqrt[3]{5}\ \mathrm{dm}$$

$$h = \frac{5\ \mathrm{dm}}{l^2} = \frac{5\ \mathrm{dm}^3}{(\sqrt[3]{5})^2\ \mathrm{dm}^2} = \sqrt[3]{5}\ \mathrm{dm}.$$

Si conclude che il parallelepipedo che soddisfa la richiesta è un cubo di lato

$$l = \sqrt[3]{5}\ \mathrm{dm} \approx 1,71\ \mathrm{dm} = 171\ \mathrm{mm}.$$