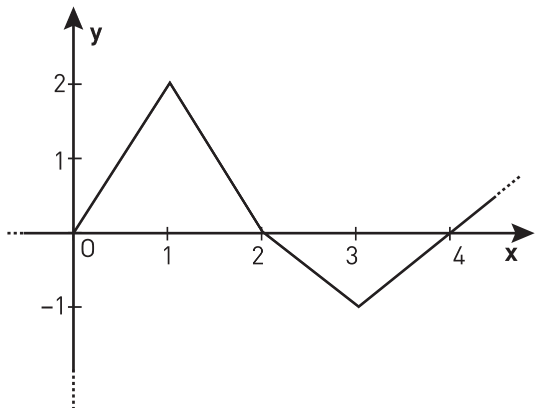
SOLUZIONE DEL QUESITO 8
CORSO DI ORDINAMENTO 2013

Consideriamo la funzione $g(x) = \int_0^x f(t)\ dt$. Poiché $f(x)$ è continua per $x > 0$, per il teorema fondamentale del calcolo integrale la derivata della funzione integrale $g(x)$ esiste e vale $g'(x) = f(x)$.

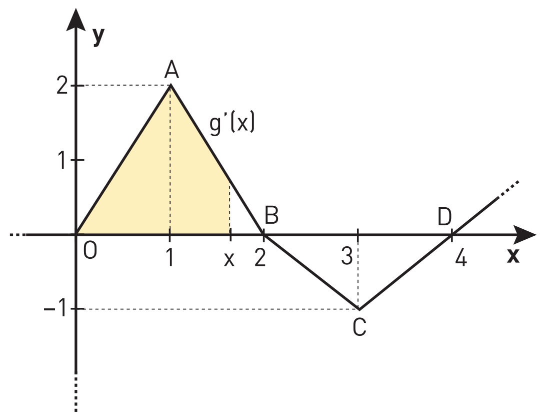


Osservando il grafico in figura, si ricava che:

- per $x = 0 \vee x = 2 \vee x = 4$, $g'(x) = 0$;
- per $0 < x < 2 \vee x > 4$, $g'(x) > 0$ e la funzione $g(x)$ è crescente;
- per $2 < x < 4$, $g'(x) < 0$ e la funzione $g(x)$ è decrescente.

Dunque, il valore di x positivo per cui g ha un minimo è $x = 4$.
In alternativa, si poteva osservare che $g(x) = \int_0^x f(t)dt$ rappresenta la somma algebrica $S(x)$ delle aree sottese dal grafico, prese con i segni opportuni. Pertanto $S(x)$ è necessariamente minima per $x = 4$, quando all'area del triangolo OAB viene sottratta l'area del triangolo BCD:

$$\min g = \min S = S(4) = \frac{2 \cdot 2}{2} - \frac{2 \cdot 1}{2} = 1.$$


y
A
2
g′(x)
1
B
D
O
1
x
2
3
4
x
−1
C

