

SOLUZIONE DEL QUESITO 1
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. 2013

L'area di un triangolo è data dal semiprodotto delle misure di due lati per il seno dell'angolo tra essi compreso. Possiamo invertire la formula per ricavare il seno dell'angolo compreso tra i due lati noti:

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{2A}{ab} = \frac{2 \cdot 3}{2 \cdot 3} = 1.$$

Dunque l'angolo compreso tra i due lati è retto e il triangolo è rettangolo. Possiamo quindi ricavare la misura del terzo lato con il teorema di Pitagora:

$$c = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}.$$

In alternativa, si può ottenere la stessa soluzione ricorrendo alla formula di Erone:

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

detta A l'area del triangolo, p il suo semiperimetro e a , b e c i tre lati. Detto $c = x$ il lato incognito, sostituiamo i dati nella formula e otteniamo:

$$\begin{aligned} 3 &= \sqrt{\left(\frac{5+x}{2}\right) \left(\frac{5+x}{2} - 2\right) \left(\frac{5+x}{2} - 3\right) \left(\frac{5+x}{2} - x\right)} \\ 3 &= \sqrt{\left(\frac{5+x}{2}\right) \left(\frac{1+x}{2}\right) \left(\frac{x-1}{2}\right) \left(\frac{5-x}{2}\right)} \\ 9 &= \left(\frac{25-x^2}{4}\right) \left(\frac{x^2-1}{4}\right) \\ x^4 - 26x^2 + 169 &= 0 \\ (x^2 - 13)^2 &= 0 \end{aligned}$$

che porta all'unica soluzione accettabile $x = \sqrt{13}$.