SOLUZIONE DEL QUESITO 6
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. 2012

Consideriamo la funzione $f(x) = x^3+ax+b$. Essa ha dominio reale, è continua e derivabile su $\mathbb{R}$. Calcoliamo la derivata, prima e seconda:

$$f'(x) = 3x^2 + a;$$
$$f''(x) = 6x.$$

Studiamo il segno di $f''(x)$: $f''(x) > 0 \Rightarrow 6x > 0$, per $x > 0$ la curva ha concavità verso l'alto, $f''(x) < 0 \Rightarrow 6x < 0$, per $x < 0$ la curva ha concavità verso il basso. È verificata quindi la condizione sufficiente di flesso nel punto $x = 0$ e, noto l'andamento della concavità nel dominio, esiste uno e un solo flesso di coordinate $F(0; b)$. Verifichiamo la simmetria centrale della curva rispetto ad F trasformando l'equazione secondo le corrispondenti trasformazioni:

$$\begin{cases} x' = 2 \cdot 0 - x \\ y' = 2b - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -x' \\ y = 2b - y' \end{cases}.$$

Sostituiamo in $y = x^3 + ax + b$:

$$2b - y' = (-x')^3 - ax' + b \Rightarrow y' = (x')^3 + ax' + b.$$

Pertanto la curva è simmetrica rispetto al suo punto di flesso $F(0; b)$.

Clicca qui per guardare l'immagine su MATUTOR!