

SOLUZIONE DEL QUESITO 1
CORSO DI ORDINAMENTO 2012

Consideriamo il limite

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{5 \left(\frac{1}{2} + h\right)^4 - 5 \left(\frac{1}{2}\right)^4}{h}.$$

Esso rappresenta il limite del rapporto incrementale $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ della funzione $f(x) = 5x^4$ calcolato nel punto $x = \frac{1}{2}$. Si tratta allora della derivata della funzione f calcolata nel punto $x = \frac{1}{2}$:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{5 \left(\frac{1}{2} + h\right)^4 - 5 \left(\frac{1}{2}\right)^4}{h} = f' \left(\frac{1}{2}\right).$$

Determiniamo il valore del secondo membro tramite le regole di derivazione:

$$f'(x) = 5 \cdot 4x^3 = 20x^3.$$

Pertanto il limite di partenza vale:

$$f' \left(\frac{1}{2}\right) = 20 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{20}{8} = \left(\frac{5}{2}\right).$$