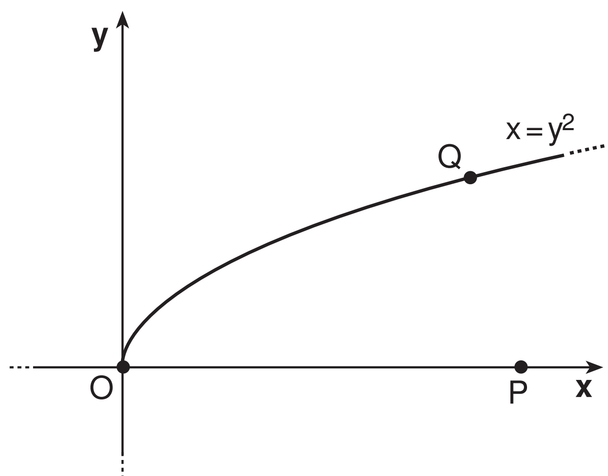
SOLUZIONE DEL QUESITO 2
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. 2011

La curva di equazione $y = \sqrt{x}$ è un ramo di parabola, infatti tale equazione è equivalente al sistema:

$$\begin{cases} x = y^2 \\ y \geq 0. \end{cases}$$

Il punto di P di coordinate $(4; 0)$ non è un punto di tale curva.



Un generico punto Q della curva ha coordinate $Q(t^2; t)$ con $t \geq 0$. Calcoliamo la distanza di Q da P in funzione del parametro t:

$$\overline{QP}^2 = (t^2 - 4)^2 + t^2 = t^4 - 8t^2 + 16 + t^2 = t^4 - 7t^2 + 16.$$

I valori di t che rendono minimo $\overline{QP}$ sono tutti e soli quelli che rendono minimo $\overline{QP}^2$. Per semplicità, consideriamo allora

$$f(t) = t^4 - 7t^2 + 16, \text{ per } t \geq 0.$$

Per trovare il minimo di questa funzione, studiamo il segno della sua derivata:

$$f'(t) = 4t^3 - 14t = 2t(2t^2 - 7).$$

Ricordando che t assume valori non negativi, la derivata è positiva per $t > \sqrt{\frac{7}{2}}$ e negativa per $0 < t < \sqrt{\frac{7}{2}}$. Ne segue che la funzione assume il valore minimo per $t = \sqrt{\frac{7}{2}} = \frac{\sqrt{14}}{2}$.

Il corrispondente punto Q sulla curva è, in conclusione, $Q\left(\frac{7}{2}; \frac{\sqrt{14}}{2}\right)$.