

**SOLUZIONE DEL QUESITO 10**  
**CORSO SPERIMENTALE P.N.I. 2011**

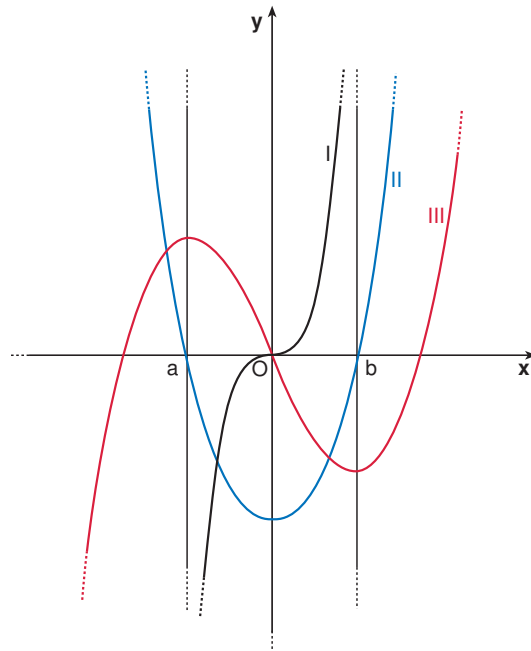
Possiamo subito escludere le alternative A) e B). Infatti, se il grafico di  $f$  fosse I, ne seguirebbe che, per  $x > 0$ , sia il grafico di  $f'$  sia quello di  $f''$  dovrebbero trovarsi nel primo quadrante poiché  $f$  è, per ogni  $x > 0$ , strettamente crescente e con la concavità rivolta verso l'alto.

Anche l'alternativa C) non può essere corretta, poiché, per  $x > 0$ , la funzione II è crescente, mentre la funzione III assume tutti i valori negativi in corrispondenza di alcune ascisse positive.

Analogamente, escludiamo anche l'alternativa E), poiché vi è un intervallo in cui la funzione III decresce mentre il grafico I si mantiene nel semipiano delle ordinate positive.

L'unica alternativa plausibile è la D). Analizziamola in dettaglio.

Osserviamo innanzitutto che gli zeri del grafico II corrispondono ai punti di massimo e minimo locali di III. Indichiamoli con  $a$  e  $b$ .



Per  $x < a$  e per  $x > b$ , la funzione III è crescente e quella II è positiva. Mentre, per  $a < x < b$ , la funzione III è decrescente e, coerentemente, la funzione II assume valori negativi. Ne segue che il grafico II è compatibile con quello della derivata prima della funzione III. Per quanto riguarda la derivata seconda, osserviamo che la funzione I è

positiva proprio per  $x > 0$ , cioè in corrispondenza dell'intervallo in cui il grafico III ha la concavità verso l'alto. Quest'ultima inoltre ha la concavità rivolta verso il basso proprio in corrispondenza delle ascisse per le quali la funzione I risulta negativa.

La risposta corretta è, in conclusione, la *D*).