SOLUZIONE DEL QUESITO 8
CORSO DI ORDINAMENTO 2010

Una successione numerica si dice progressione aritmetica se la differenza fra ogni termine e il suo precedente è costante. Pertanto deve valere:

$$\binom{n}{n-2} - \binom{n}{n-1} = \binom{n}{n-3} - \binom{n}{n-2} \quad \text{con } n > 3 \text{ e naturale;}$$

ovvero:

$$2\binom{n}{n-2} - \binom{n}{n-1} - \binom{n}{n-3} = 0.$$

Applichiamo per ogni coefficiente binomiale la legge delle classi complementari, $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$:

$$2\binom{n}{2} - \binom{n}{1} - \binom{n}{3} = 0.$$

Sviluppiamo i coefficienti binomiali e risolviamo l'equazione in n.

$2\dfrac{n(n-1)}{2} - n - \dfrac{n(n-1)(n-2)}{3 \cdot 2} = 0$

$n(n-1) - n - \dfrac{n(n-1)(n-2)}{3 \cdot 2} = 0$

$n(6n - 12 - n^2 + 3n - 2) = 0$

$n(n^2 - 9n + 14) = 0 \rightarrow$

$n_1 = 0$ non accettabile

$n_{2,3} = \dfrac{9 \pm \sqrt{25}}{2} \quad \Rightarrow \quad n_2 = 2 \vee n_3 = 7$

Il valore $n = 2$ non è accettabile poiché $n > 3$.

Pertanto il valore di n per cui i coefficienti dati sono in progressione aritmetica è $n = 7$.