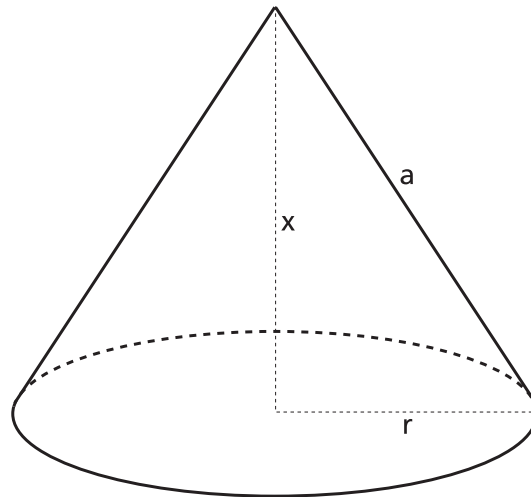


**SOLUZIONE DEL QUESITO 5**  
**CORSO DI ORDINAMENTO 2010**



Dato il cono circolare retto in figura, sia  $x$  l'altezza,  $r$  il raggio del cerchio di base e  $a = 80 \text{ cm} = 8 \text{ dm}$  l'apotema. Omettendo l'unità di misura il raggio e il volume del cono risultano rispettivamente:

$$r = \sqrt{a^2 - x^2} \rightarrow r = \sqrt{64 - x^2} \text{ con } 0 < x < 8$$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 x \rightarrow V = \frac{1}{3}\pi(64 - x^2)x.$$

Consideriamo la funzione

$$V(x) = \frac{1}{3}\pi(64x - x^3) \text{ con } 0 < x < 8 \rightarrow V'(x) = \frac{1}{3}\pi(64 - 3x^2),$$

abbiamo

$$V'(x) = 0 \text{ per } x = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

$$V'(x) > 0 \text{ per } 0 < x < \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

$$V'(x) < 0 \text{ per } \frac{8\sqrt{3}}{3} < x < 8.$$

Pertanto il volume del cono è massimo per  $x = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ , quindi

$$V\left(\frac{8\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{\pi}{3} \left(64 - \frac{64}{3}\right) \frac{8\sqrt{3}}{3} = \frac{1024\sqrt{3}\pi}{27} \text{ dm}^3.$$

Poichè  $1\text{dm}^3 = 1\ell$ , il serbatoio ha pertanto volume in litri:

$$V = \frac{1024\sqrt{3}\pi}{27}\text{dm}^3 = \frac{1024\sqrt{3}}{27}\pi\ell \simeq 206,4\ell.$$